

## Projektovanje elektronskih kola

### Sadržaj:

1. Uvod - osnovni pojmovi
2. Stilovi projektovanja i izrade prototipova
3. Projektovanje analognih kola
4. Osnove fizičkog projektovanja (projektovanje štampanih ploča)
5. Projektovanje digitalnih kola (vežbe)

LEDA - Laboratory for Electronic Design Automation  
<http://leda.elfak.ni.ac.rs/>  
09.03.2020.



1

## Projektovanje elektronskih kola

### Koji su koraci potrebni da bi se projektovala analogna kola?

1. Naučiti osobine pojedinih analognih kola (pojačavači,...)
2. Izabrati pravu topologiju za dati zadatak (strukturno projektovanje).
3. Odrediti vrednosti parametara pojedinih komponenata ( $g_m$ , otpornost, kapacitivnost,...)
4. Proveriti da li smo dobili željeni odziv.
5. Ako smo zadovoljni idemo na fizičko projektovanje

LEDA - Laboratory for Electronic Design Automation  
<http://leda.elfak.ni.ac.rs/>  
09.03.2020.



2

## Projektovanje elektronskih kola

### Koji su koraci potrebni da bi se projektovala analogna kola?

1. Naučiti osobine pojedinih analognih kola (pojačavači,...)
2. Izabrati pravu topologiju za dati zadatak (strukturno projektovanje).
3. Odrediti vrednosti parametara pojedinih komponenata ( $g_m$ , otpornost, kapacitivnost,...)
4. Proveriti da li smo dobili željeni odziv.
5. Ako smo zadovoljni idemo na fizičko projektovanje

LEDA - Laboratory for Electronic Design Automation  
<http://leda.elfak.ni.ac.rs/>  
09.03.2020.



3

## Projektovanje elektronskih kola

### Sušтина je u

- određivanju vrednosti parametara pojedinih komponenata kola (sinteza) i
- proveriti da li je dobijen željeni odziv

Savremeni programi za optimizaciju imaju ugrađene algoritme koji omogućavaju da se vrednosti parametara određuju automatski. Zasnovani su na poređenju dobijenog i željenog odziva i korekciji parametara na bazi osetljivosti odziva na svaki parametar.

Za proveru se koriste programi za analizu ploča.

09.03.2020.



4

## Projektovanje elektronskih kola

### Projektovanje analognih kola

Funkcija => šta hoćemo

Šema => kako realizovati

Šta nedostaje?

Vrednosti parametara da bi se dobio  
željeni odziv

Kako odrediti prave vrednosti parametara?

LEDA - Laboratory for Electronic Design Automation  
<http://leda.elfak.ni.ac.rs/>  
21.03.2016.



5

## Specifikacija: Šta želimo

- Usvoji šemu
- Definiši željeni odziv za datu pobudu
- Usvoji početne vrednosti parametara

Kako odrediti prave  
vrednosti  
parametara?

Analiziraj kolo - nadi odziv

Koriguj parametre

Uporedi sa  
željenim

loše

dobro

kraj

09.03.2020.

Algoritam optimizacije

6

## Projektovanje elektronskih kola

Tokom svakog koraka neophodno je **analizirati ponašanje kola** sa korigovanim vrednostima parametara.

Zato ovaj deo projektovanja počinjemo upoznavanjem sa metodama za analizu elektronskih kola u okviru poglavlja

**ANALIZA ELEKTRONSKIH KOLA  
pomoću računara  
(a kako bi inače?)**

09.03.2020.



7

## Projektovanje elektronskih kola

### ANALIZA ELEKTRONSKIH KOLA pomoću računara

Računaru treba zadati:

- opis kola,
- pobudu i
- šta želimo da dobijemo (položaj radne tačke, prenosne karakteristike, frekvencijske karakteristike, talasni oblici napona/struja/snage,...)

na način koji on RAZUME.

Šta računar najbolje radi?

– računar računa!

09.03.2020.



8

## Projektovanje elektronskih kola

### ANALIZA ELEKTRONSKIH KOLA pomoću računara

Dakle, treba mu zadati podatke o

- kolu = topologija + vrednosti parametara
- pobudi  $i$
- vrsti analize

$i$  to pretočiti u matematičke jednačine.

Zatim ga pustimo da radi ono što najbolje ume, a to je da RAČUNA.

Na kraju ga zamolimo da prikaže rezultate na način koji mi razumemo (brojevi, grafici)



09.03.2020.

9

## Projektovanje elektronskih kola

### Analiza elektronskih kola

1. Uvod
2. Analiza linearnih kola u DC domenu (jednosmerni režim)
3. Analiza linearnih kola u AC domenu (frekvencijski domen)
4. Analiza linearnih kola u TR domenu (vremenski domen)
5. Analiza nelinearnih kola u DC domenu
6. Analiza nelinearnih kola u TR domenu

09.03.2020.

10

## Analiza kola

### Analiza elektronskih kola

1. Uvod
2. Analiza linearnih kola u DC domenu (jednosmerni režim) 11
3. Analiza linearnih kola u AC domenu (frekvencijski domen)
4. Analiza linearnih kola u TR domenu (vremenski domen)
5. Analiza nelinearnih kola u DC domenu
6. Analiza nelinearnih kola u TR domenu

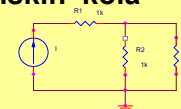
09.03.2020.

11

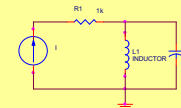
## Analiza kola

### Tipovi elektronskih kola

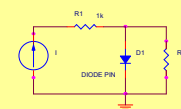
1. Linearna otporna



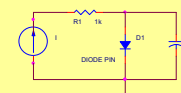
2. Linearna reaktivna



3. Nelinearna otporna



4. Nelinearna reaktivna



09.03.2020.

Analiza kola

### Analiza kola

Šta podrazumeva?  
 Odrediti odziv kola kada je poznata pobuda.

Odziv: Nepoznati naponi i struje u kolu

Pobuda: Poznate struje i naponi u kolu

Analiza:  
 Odrediti nepoznate napone i struje u kolu ako je poznata pobuda i vrednosti elemenata kola

09.03.2020.13

### Analiza kola

Tipovi analize?

Zavisno od vrste pobude, ima smisla analizirati ponašanje kola u

1. jednosmernom domenu (određivanje položaja jednosmerne radne tačke kola, statička prenosna karakteristika).
2. frekvencijskom domenu (frekvencijska karakteristika kola – amplitudska, fazna, analiza šuma)
3. vremenskom domenu (talasni oblik napona/struja na izlazu kola pobuđenog impulsima poznatog talasnog oblika)

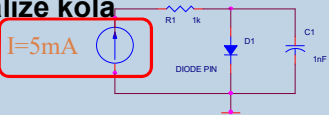
09.03.2020.14

### Analiza kola

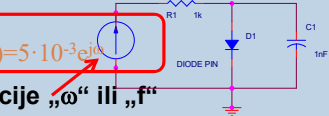
#### Tipovi analize kola

1. Jednosmerni domen (DC analiza)
 

$I = 5\text{mA}$

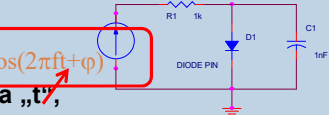

2. Frekvencijski domen (AC analiza)
 

$i(\omega) = 5 \cdot 10^{-3} e^{j\omega t}$



rezultat je funkcija frekvencije „ $\omega$ “ ili „ $f$ “  
 menja se frekvencija tokom analize
3. Vremenski domen (TR analiza)
 

$i(t) = 5 \cdot 10^{-3} \cos(2\pi f t + \varphi)$



rezultat je funkcija vremena „ $t$ “,  
 menja se vreme tokom analize

09.03.2020.

### Analiza kola

#### Tipovi analize?

Zavisno od vrste elemenata od kojih se kolo sastoji -> različiti tip problema, a time i metoda za analizu:

1. Linearna otporna kola (R, linearni generatori, nezavisni i kontrolisani)
2. Linearna reaktivna kola (R, L, C, m, ...)
3. Nelinearna otporna (poluprovodničke komponente, R)
4. Nelinearna reaktivna (poluprovodničke komponente, R, L, C, ...)

09.03.2020.

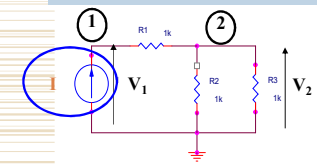
**Analiza kola**

Tipovi elektronskih kola	Tipovi analize kola
1. Linearna otporna R	1. Jednosmerni domen (DC analiza)
2. Linearna reaktivna L, C, m, ...	2. Frekvencijski domen (AC analiza)
3. Nelinearna otporna dioda, tranzistor, R, ...	3. Vremenski domen (TR analiza)
4. Nelinearna reaktivna dioda, tranzistor, R, L, C, ...	

09.03.2020. 17

**Analiza kola**

**Ponašanje linearnih otpornih kola u jednosmernom domenu opisuje se sistemom linearnih algebarskih jednačina**



$$\frac{V_1 - V_2}{R_1} = I$$

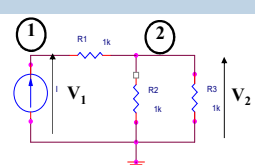
$$\frac{V_2 - V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_2}{R_3} = 0$$

Tip kola i analize	Matematički model
1. Linearna otporna kola u DC domenu	1. Linearne algebarske jednačine

09.03.2020. 18

**Analiza kola**

**Ponašanje linearnih otpornih kola u jednosmernom domenu opisuje se sistemom linearnih algebarskih jednačina**



$$\frac{1}{R_1} V_1 - \frac{1}{R_1} V_2 = I$$

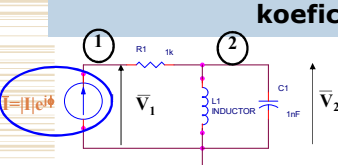
$$-\frac{1}{R_1} V_1 + \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) V_2 = 0$$

Tip kola i analize	Matematički model
1. Linearna otporna kola u DC domenu	1. Linearne algebarske jednačine

09.03.2020. 19

**Analiza kola**

**Ponašanje linearnih reaktivnih kola u frekvencijskom domenu opisuje se sistemom linearnih algebarskih jednačina sa kompleksnim koeficijentima**



$$\frac{\bar{V}_1 - \bar{V}_2}{R_1} = \bar{I}$$

$$\frac{\bar{V}_2 - \bar{V}_1}{R_1} + \frac{\bar{V}_2}{j\omega \cdot L_1} + j\omega \cdot C_1 \bar{V}_2 = 0$$

Tip kola i analize	Matematički model
2. Linearna reaktivna u AC domenu	2. Linearne algebarske jednačine sa kompleksnim koeficijentima

09.03.2020. 20

**Analiza kola**

**Ponašanje linearnih reaktivnih kola u frekvencijskom domenu opisuje se sistemom linearnih algebarskih jednačina sa kompleksnim koeficijentima**

$$\frac{1}{R_1} \bar{V}_1 - \frac{1}{R_1} \bar{V}_2 = \bar{I}$$

$$-\frac{1}{R_1} \bar{V}_1 + \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{j\omega \cdot L_1} + j\omega \cdot C_1 \right) \bar{V}_2 = 0$$

<b>Tip kola i analize</b> 2. Linearna reaktivna u AC domenu	<b>Matematički model</b> 2. Linearne algebarske jednačine sa kompleksnim koeficijentima
--	--

09.03.2020.

**Analiza kola**

**Ponašanje linearnih reaktivnih kola u vremenskom domenu opisuje se sistemom linearnih diferencijalnih jednačina**

$$\frac{v_1(t) - v_2(t)}{R_1} = i(t)$$

$$\frac{v_2(t) - v_1(t)}{R_1} + i_L(t) + C_1 \frac{\partial v_2(t)}{\partial t} = 0$$

$$v_2(t) - L \frac{\partial i_L(t)}{\partial t} = 0$$

<b>Tip kola i analize</b> 3. Linearna reaktivna u TR domenu	<b>Matematički model</b> 3. Linearne diferencijalne jednačine
--	--

09.03.2020.

**Analiza kola**

**Ponašanje linearnih reaktivnih kola u vremenskom domenu opisuje se sistemom linearnih diferencijalnih jednačina**

$$\frac{1}{R_1} v_1(t) - \frac{1}{R_1} v_2(t) = i(t)$$

$$-\frac{1}{R_1} v_1(t) + \frac{1}{R_1} v_2(t) + i_L(t) + C_1 \frac{\partial v_2(t)}{\partial t} = 0$$

$$v_2(t) - L \frac{\partial i_L(t)}{\partial t} = 0$$

<b>Tip kola i analize</b> 3. Linearna reaktivna u TR domenu	<b>Matematički model</b> 3. Linearne diferencijalne jednačine
--	--

09.03.2020.

**Analiza kola**

**Ponašanje nelinearnih kola u jednosmernom domenu opisuje se sistemom nelinearnih algebarskih jednačina**

$$\frac{V_1 - V_2}{R_1} = I$$

$$\frac{V_2 - V_1}{R_1} + i_d(V_2) + \frac{V_2}{R_2} = 0$$

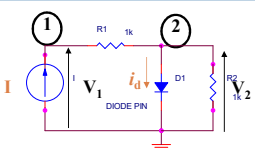
$$i_d(V_2) = I_s (e^{\frac{V_2}{V_T}} - 1)$$

<b>Tip kola i analize</b> 4. Neinearna otporna u DC domenu	<b>Matematički model</b> 4. Nelinearne algebarske jednačine
---	--

09.03.2020.

**Analiza kola**

**Ponašanje nelinearnih kola u jednosmernom domenu opisuje se sistemom nelinearnih algebarskih jednačina**



$$\frac{1}{R_1}V_1 - \frac{1}{R_1}V_2 = I$$

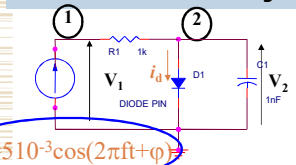
$$-\frac{1}{R_1}V_1 + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)V_2 + I_s \left(e^{\frac{V_2}{V_T}} - 1\right) = 0$$

<b>Tip kola i analize</b> <b>4. Nelinearna otporna u DC domenu</b>	<b>Matematički model</b> <b>4. Nelinearne algebarske jednačine</b>
---	---

09.03.2020.25

**Analiza kola**

**Ponašanje nelinearnih reaktivnih kola u vremenskom domenu opisuje se sistemom nelinearnih diferencijalnih jednačina**



$$\frac{v_1(t) - v_2(t)}{R_1} = i(t)$$

$$\frac{v_2(t) - v_1(t)}{R_1} + I_s \left(e^{\frac{v_2(t)}{V_T}} - 1\right) + C \frac{\partial v_2(t)}{\partial t} = 0$$

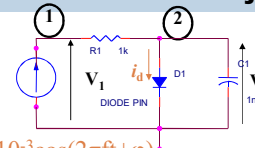
$i(t) = 5 \cdot 10^{-3} \cos(2\pi f t + \varphi)$

<b>Tip kola i analize</b> <b>5. Nelinearna reaktivna u TR domenu</b>	<b>Matematički model</b> <b>5. Nelinearne diferencijalne jednačine</b>
---	---

09.03.2020.26

**Analiza kola**

**Ponašanje nelinearnih reaktivnih kola u vremenskom domenu opisuje se sistemom nelinearnih diferencijalnih jednačina**



$$\frac{1}{R_1}v_1(t) - \frac{1}{R_1}v_2(t) = i(t)$$

$$-\frac{1}{R_1}v_1(t) + \frac{1}{R_1}v_2(t) + I_s \left(e^{\frac{v_2(t)}{V_T}} - 1\right) + C \frac{\partial v_2(t)}{\partial t} = 0$$

$i(t) = 5 \cdot 10^{-3} \cos(2\pi f t + \varphi)$

<b>Tip kola i analize</b> <b>5. Nelinearna reaktivna u TR domenu</b>	<b>Matematički model</b> <b>5. Nelinearne diferencijalne jednačine</b>
---	---

09.03.2020.27

**Analiza kola**

<b>Tipovi kola i analize</b>	<b>Matematički model</b>
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Linearna otporna DC domen</li> <li>2. Linearna reaktivna AC domen</li> <li>3. Linearna reaktivna TR domen</li> <li>4. Nelinearna otporna DC domen</li> <li>5. Nelinearna reaktivna TR domen</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Linearne algebarske jednačine</li> <li>2. Linearne algebarske jednačine (kompleksne)</li> <li>3. Linearne diferencijalne jednačine</li> <li>4. Nelinearne algebarske jednačine</li> <li>5. Nelinearne diferencijalne jednačine</li> </ol>

09.03.2020.28

### Analiza kola

#### Matematički model

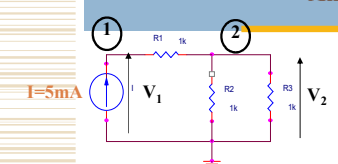
1. i 2. Linearne jednačine (realne i kompleksne)
3. Linearne diferencijalne jednačine
4. Nelinearne algebarske jednačine
5. Nelinearne diferencijalne jednačine

#### Način rešavanja sistema j-na

1. i 2. LU faktorizacija (Gauss)
3. Numeričko integraljenje - diskretizacija - svođenje na linearne algebarske (Euler)
4. Linearizacija - iterativno svođenje na linearne algebarske (Newton-Kantorovič)
5. Diskretizacija - svođenje na nelinearne algebarske i linearizacija - iterativno svođenje na linearne algebarske

09.03.2020.

### Analiza kola



$$\frac{V_1 - V_2}{R_1} = I$$

$$\frac{V_2 - V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_2}{R_3} = 0$$

$$\frac{1}{R_1} V_1 - \frac{1}{R_1} V_2 = I$$

$$-\frac{1}{R_1} V_1 + \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) V_2 = 0$$

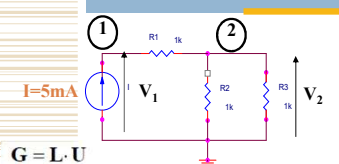
$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_1} \\ -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{G}} \cdot \tilde{\mathbf{v}} = \tilde{\mathbf{i}}$$

$$\begin{bmatrix} 10^{-3} & -10^{-3} \\ -10^{-3} & 3 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \cdot 10^{-3} \\ 0 \end{bmatrix}$$

09.03.2020. 30

### Analiza kola



$$10^{-3} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = 10^{-5} \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{G}} \cdot \tilde{\mathbf{v}} = \tilde{\mathbf{i}}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{G}} \cdot \tilde{\mathbf{v}} = \tilde{\mathbf{i}}$$

$$\tilde{\mathbf{G}} = \tilde{\mathbf{L}} \cdot \tilde{\mathbf{U}}$$

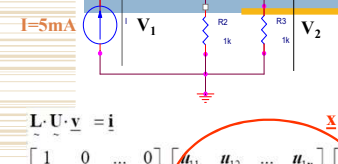
$$\begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & \dots & g_{1n} \\ g_{21} & g_{22} & \dots & g_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{n1} & g_{n2} & \dots & g_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ l_{21} & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{n1} & l_{n2} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & \dots & u_{1n} \\ 0 & u_{22} & \dots & u_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & u_{nn} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{L}} \cdot \tilde{\mathbf{U}} \cdot \tilde{\mathbf{v}} = \tilde{\mathbf{i}}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ l_{21} & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{n1} & l_{n2} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & \dots & u_{1n} \\ 0 & u_{22} & \dots & u_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & u_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_n \end{bmatrix}$$

09.03.2020. 31

### Analiza kola



$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{G}} \cdot \tilde{\mathbf{v}} = \tilde{\mathbf{i}}$$

$$\tilde{\mathbf{L}} \cdot \tilde{\mathbf{U}} \cdot \tilde{\mathbf{v}} = \tilde{\mathbf{i}}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ l_{21} & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{n1} & l_{n2} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & \dots & u_{1n} \\ 0 & u_{22} & \dots & u_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & u_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_n \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{L}} \cdot \tilde{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{i}}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ l_{21} & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{n1} & l_{n2} & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_n \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{U}} \cdot \tilde{\mathbf{v}} = \tilde{\mathbf{x}}$$

$$\begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & \dots & u_{1n} \\ 0 & u_{22} & \dots & u_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & u_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

09.03.2020. 32



### Analiza kola

$\underline{\tilde{L}} \cdot \underline{\tilde{x}} = \underline{\tilde{i}}$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ l_{21} & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{n1} & l_{n2} & \dots & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ \vdots \\ i_n \end{bmatrix}$$

$x_1 = i_1$   
 $l_{21}x_1 + x_2 = i_2 \Rightarrow x_2 = i_2 - l_{21}x_1$

$\underline{\tilde{U}} \cdot \underline{\tilde{v}} = \underline{\tilde{x}}$

$$\begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & \dots & u_{1n} \\ 0 & u_{22} & \dots & u_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & u_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

$v_{n-1} = (x_n - u_{n-1n}v_n) / u_{n-1n-1}$   
 $u_{nm}v_n = x_n \Rightarrow v_n = x_n / u_{nm}$

09.03.2020. 33

### Analiza kola

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\underline{\tilde{G}} \cdot \underline{\tilde{v}} = \underline{\tilde{i}}$

$$\underline{\tilde{G}} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\tilde{G}} = \underline{\tilde{L}} \cdot \underline{\tilde{U}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ l_{21} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} \\ 0 & u_{22} \end{bmatrix}$$

$$\underline{\tilde{L}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ l_{21} & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\tilde{U}} = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} \\ 0 & u_{22} \end{bmatrix}$$

09.03.2020. 34

### Analiza kola

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\underline{\tilde{G}} \cdot \underline{\tilde{v}} = \underline{\tilde{i}}$

$$\underline{\tilde{L}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ l_{21} & 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\tilde{U}} = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} \\ 0 & u_{22} \end{bmatrix}$$

$l_{11} = 1$        $u_{11} = ?$        $u_{1j} = g_{1j}$        $u_{11} = g_{11} = 1;$   
 $l_{12} = 0;$        $u_{12} = ?$        $u_{12} = g_{12} = -1;$   
 $l_{21} = ?;$        $u_{21} = 0$   
 $l_{22} = 1$        $u_{22} = ?$

$$\sum_{k=1}^n l_{ik} \cdot u_{kj} = g_{ij}$$

09.03.2020. 35

### Analiza kola

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$\underline{\tilde{G}} \cdot \underline{\tilde{v}} = \underline{\tilde{i}}$

$$\underline{\tilde{L}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ l_{21} & 1 \end{bmatrix}$$

$l_{11} = 1$        $u_{11} = g_{11} = 1$   
 $l_{12} = 0;$        $u_{12} = g_{12} = -1$   
 $l_{21} = ?;$        $u_{21} = 0$   
 $l_{22} = 1$        $u_{22} = ?$

$$\sum_{k=1}^n l_{ik} \cdot u_{kj} = g_{ij}$$

za  $i = 2, j = 1, n = 2$   
 $l_{21} \cdot u_{11} + l_{22} \cdot u_{21} = l_{21} \cdot u_{11} + l_{22} \cdot 0 = g_{21} \Rightarrow l_{21} \cdot u_{11} = g_{21} \Rightarrow l_{21} = \frac{g_{21}}{u_{11}} = \frac{-1}{1} = -1$

09.03.2020. 36

### Analiza kola

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{G} \cdot \underline{v} = \underline{i}$$

$l_{11} = 1$   
 $l_{12} = 0$   
 $l_{21} = -1$   
 $l_{22} = 1$

$$\underline{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$u_{11} = g_{11} = 1$   
 $u_{12} = g_{12} = -1$   
 $u_{21} = 0$   
 $u_{22} = ?$

$$\underline{U} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & u_{22} \end{bmatrix}$$

$$\sum_{k=1}^n l_{ik} \cdot u_{kj} = g_{ij}$$

za  $i=2, j=2, n=2$

$$l_{21} \cdot u_{12} + l_{22} \cdot u_{22} = l_{21} \cdot u_{12} + 1 \cdot u_{22} = g_{22} \Rightarrow u_{22} = g_{22} - l_{21} \cdot u_{12} \Rightarrow u_{22} = 3 - 1 = 2$$

09.03.2020. 37

### Analiza kola

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{G} \cdot \underline{v} = \underline{i}$$

$$\underline{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \underline{U} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

09.03.2020. 38

### Analiza kola

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{G} \cdot \underline{v} = \underline{i}$$

$$\underline{L} \cdot \underline{x} = \underline{i}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow x_1 = 5$$

$$\Rightarrow -1 \cdot x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow x_2 = x_1 = 5$$

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$$

09.03.2020. 39

### Analiza kola

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{G} \cdot \underline{v} = \underline{i}$$

$$\underline{U} \cdot \underline{v} = \underline{x}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix} \Rightarrow 2 \cdot v_2 = 5 \Rightarrow v_2 = 2.5V$$

09.03.2020. 40

### Analiza kola

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{G} \cdot \underline{v} = \underline{i}$$

$$\underline{U} \cdot \underline{v} = \underline{x}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$1 \cdot v_1 - 1 \cdot v_2 = 5 \Rightarrow v_1 = 5 + v_2 = 5 + 2.5 = 7.5V$   
 $v_2 = 2.5V$

$$\underline{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.5 \\ 2.5 \end{bmatrix}$$

09.03.2020. 41

### Analiza kola

## Šta može Spice?

09.03.2020. 42

### Analiza kola

## Šta može Spice?

Primer analize DC linearnih kola

09.03.2020. 43

### Analiza kola

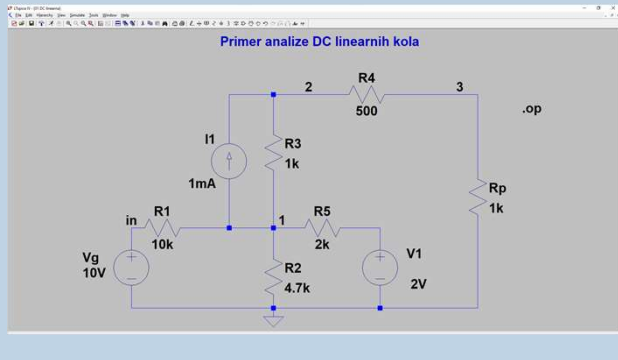
## Šta može Spice?

Primer analize DC linearnih kola

09.03.2020. 44

## Analiza kola

### Šta može Spice?

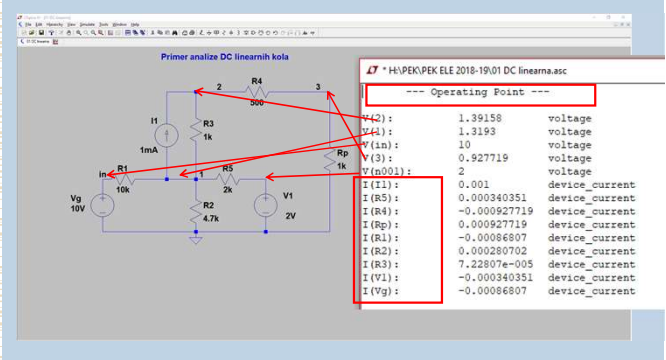


09.03.2020.

45

## Analiza kola

### Šta može Spice?

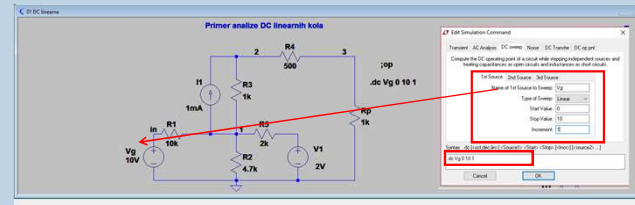


09.03.2020.

46

## Analiza kola

### Šta može Spice?

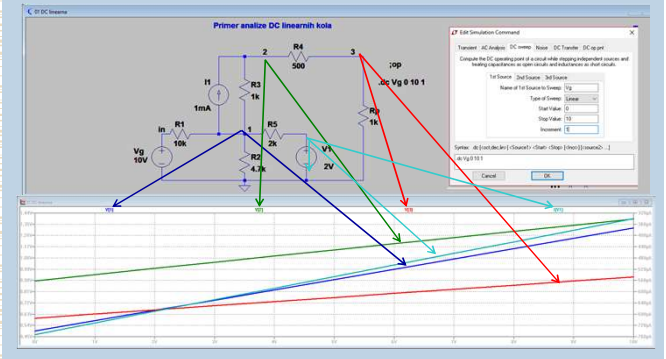


09.03.2020.

47

## Analiza kola

### Šta može Spice?

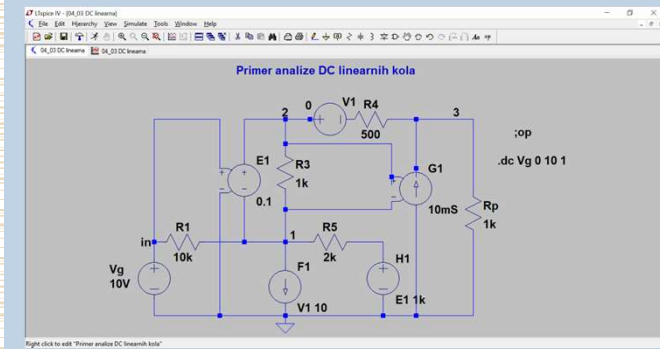


09.03.2020.

48

## Analiza kola

### Šta može Spice?

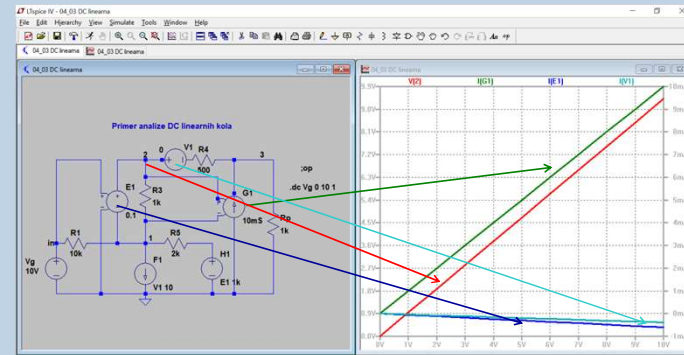


09.03.2020.

49

## Analiza kola

### Šta može Spice?



09.03.2020.

50

## Analiza kola- Uvod - Šta smo naučili?

### Šta treba da znamo?

Elementarno (za potpis)

Šta se podrazumeva pod analizom kola?

Osnovna (za 6)

1. Domeni analize kola
2. Tipovi kola i odgovarajući tip analize

LEDA - Laboratory for Electronic Design Automation  
<http://leda.elfak.ni.ac.rs/>  
09.03.2020.



51

## Analiza kola - Uvod

Šta treba da znamo?

Ispitna pitanja

- a) Koji tip jednačina opisuje ponašanje linearnih otpornih kola u jednosmernom domenu?
- b) Koji tip jednačina opisuje ponašanje linearnih reaktivnih kola u frekvencijskom domenu?
- c) Koji tip jednačina opisuje ponašanje nelinearnih otpornih kola u jednosmernom domenu?
- d) Koji tip jednačina opisuje ponašanje linearnih reaktivnih kola u vremenskom domenu?
- e) Koji tip jednačina opisuje ponašanje nelinearnih reaktivnih kola u vremenskom domenu?
- f) Koji metod se koristi za numeričko rešavanje linearnih algebarskih jednačina?

<http://leda.elfak.ni.ac.rs/>  
09.03.2020.



52